الدرس 9

تقدير الجذور

مسائل من الحياة اليومية

الجاذبية تنص النظرية على أن السير نيوتن بينما كان يجلس في حديقته ذات يوم. وقعت على رأسه تفاحة. لنفترض أن التفاحة كانت على بعد 25 قدمًا من رأسه. استخدم الخطوات التالية لإيجاد الوقت الذي تستغرقه التفاحة حتى تسقط.

1. ما الجذر التربيعي للعدد 25؟ 5

2. يمكن استخدام الصيغة $t = \frac{\sqrt{h}}{4}$ لإيجاد الوقت المستغرق t بالثواني الذي يستغرقه جسم للسقوط من ارتفاع معين h بالأقدام. ما الوقت والذي تستغرقه التفاحة حتى تسقط؟

$t = 1.25$

3. لنفترض أن تفاحة أخرى كانت على بعد 13 قدمًا من سطح الأرض. استخدم الصيغة لكتابة معادلة تمثل الوقت الذي تستغرقه التفاحة حتى تسقط على الأرض.

$t = \frac{\sqrt{13}}{4}$

4. هل يمكنك كتابة $\frac{\sqrt{13}}{4}$ بدون رمز الجذر؟ اشرح.

لا؛ الإجابة النموذجية: $\sqrt{13}$ ليس مربعًا كاملاً.

إذًا لا يمكنك كتابته بدون رمز الجذر.

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بطرق مختلفة؟

ممارسات رياضية 2، 4

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

1. التبرير في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء الرشية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

تقدير الجذور التربيعية والتكعيبية

نعلم أن $\sqrt{8}$ ليس عددًا كليًا لأن العدد 8 ليس مربعًا كاملاً.

يوضح خط الأعداد التالي أن $\sqrt{8}$ بين 2 و 3. بما أن 8 أقرب إلى 9 من 4. إذًا أفضل تقدير للعدد الكلي الناتج من $\sqrt{8}$ هو 3.

أمثلة

1. قدّر $\sqrt{83}$ إلى أقرب عدد صحيح.

- أكبر مربع كامل أصغر من 83 هو 81 — $\sqrt{81} = 9$
- أصغر مربع كامل أكبر من 83 هو 100 — $\sqrt{100} = 10$

مثّل كل جذر تربيعي على خط الأعداد. ثم قدّر $\sqrt{83}$.

$81 < 83 < 100$ اكتب متباينة

$9^2 < 83 < 10^2$ $81 = 9^2$ و $100 = 10^2$

$\sqrt{9^2} < \sqrt{83} < \sqrt{10^2}$ أوجد الجذر التربيعي لكل عدد

$9 < \sqrt{83} < 10$ حوّل لأبسط صورة

إذًا، يقع $\sqrt{83}$ بين 9 و 10. بما أن $\sqrt{83}$ أقرب إلى $\sqrt{81}$ من $\sqrt{100}$. إذًا أفضل تقدير للعدد الصحيح الناتج من $\sqrt{83}$ هو 9.

2. قدّر $\sqrt[3]{320}$ إلى أقرب عدد صحيح.

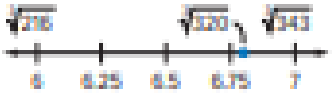
- أكبر مكعب كامل أصغر من 320 هو 216 — $\sqrt[3]{216} = 6$
- أصغر مربع كامل أكبر من 320 هو 343 — $\sqrt[3]{343} = 7$

$216 < 320 < 343$ اكتب متباينة

$6^3 < 320 < 7^3$ $216 = 6^3$ و $343 = 7^3$

$\sqrt[3]{6^3} < \sqrt[3]{320} < \sqrt[3]{7^3}$ أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد

$6 < \sqrt[3]{320} < 7$ حوّل لأبسط صورة



إذًا، يقع $\sqrt[3]{320}$ بين 6 و 7. بما أن العدد 320 أقرب إلى 343 من 216. إذًا أفضل تقدير للعدد الصحيح الناتج من $\sqrt[3]{320}$ هو 7.

المتباينات

يعني $81 < 83$ أن 81 أقل من 83 و $83 < 100$ أن 83 أقل من 100 أو أن 83 تقع بين 81 و 100.

© Pearson Education Ltd. حقوق الطبع والنشر محفوظة

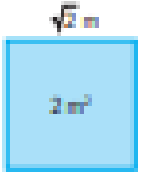
تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $\sqrt{35}$ b. $\sqrt{170}$ c. $\sqrt{44.8}$

d. $\sqrt[3]{62}$ e. $\sqrt[3]{25}$ f. $\sqrt[3]{129.6}$

مثال

3. يريد مروان أن يبني سياجًا في جزء مربع من حديقة منزله ليخصص جزءًا يلعب فيه أرنبه الجديد. تبلغ مساحة هذا الجزء مترين مربعين. ما طول السياج الذي يحتاج إلى شرائه؟



سيحتاج مروان إلى $4 \times \sqrt{2}$ أمتار لبناء السياج. بما أن الجذر التربيعي للعدد 2 يقع بين 1 و 2. إذًا $4 \times \sqrt{2}$ يقع بين 4 و 8. هل هذا أفضل تقريب؟ يمكنك اختصار التوسع العشري لـ $\sqrt{2}$ لإيجاد أفضل تقديرات تقريبية.

قيمة $\sqrt{2}$ باختصار أو حذف الأرقام الموجودة بعد المنزلة العشرية الأولى ثم بعد المنزلة العشرية الثانية وما إلى ذلك حتى نصل إلى أفضل تقريب.

$\sqrt{2} \approx 1.4142135\overline{62}$ استخدم آلة حاسبة

$\sqrt{2} \approx 1.4\overline{142135}\overline{62}$ اختصر أو احذف الأرقام الموجودة بعد المنزلة العشرية. $\sqrt{2}$ تقع بين 1.4 و1.5

$5.6 < 4\sqrt{2} < 6.0$ $4 \times 1.4 = 5.6$ و $4 \times 1.5 = 6.0$

لإيجاد تقريب أقرب، قم بتوسيع $\sqrt{2}$ ثم اختصر التوسع العشري بعد أول منزلتين عشريتين.

$\sqrt{2} \approx 1.4\overline{142135}\overline{62}$ $\sqrt{2}$ تقع بين 1.41 و 1.42

$5.64 < 4\sqrt{2} < 5.68$ $4 \times 1.41 = 5.64$ و $4 \times 1.42 = 5.68$

تشير التقديرات التقريبية إلى أن مروان يحتاج إلى شراء 6 أمتار من السياج.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

g. تريد مروة أن تزين مخرشًا دائريًا يبلغ طول قطره 36 بوصة. استخدم المعادلة $C = \pi d$ لإيجاد ثلاث مجموعات من التقديرات التقريبية لمقدار ما يلزمها من الزينة. اختصر قيمة π إلى منزلة الآحاد والعشرات والمئات. ثم حدد مقدار الزينة الذي ينبغي أن تشتريه.

تحقق

فكر

ما الفرق بين القيمة الفعلية والقيمة المقربة عند إيجاد الجذور التربيعية للأعداد التي لا تعد مربعات كاملة؟ وضح دليلك أدناه.

الإجابة النموذجية: بما أن القيمة الفعلية للمربع غير الكامل غير نسبية، إذًا لا يمكنك كتابة القيمة الفعلية بالترقيم العشري. يمكنك استخدام تقدير تقريبي بتقريب الكسر العشري إلى منزلة معينة.

a. 6

b. 13

c. 7

d. 4

e. 3

f. 5

g. **الإجابة النموذجية:**
108 in. و 144 in.؛
111.6 in. و 115.2 in.؛
113.04 in. و 113.40 in.؛
114 in.

مثال

4. يوجد البنتاغرام الذهبي بكثرة في محارة حيوان النوتر. طول الطرف الأطول مقسومًا على طول الطرف الأقصر يساوي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. قدّر هذه القيمة.

قدّر أولاً قيمة $\sqrt{5}$.

$4 < 5 < 9$ — العددان 4 و 9 هما أقرب مربعين كاملين

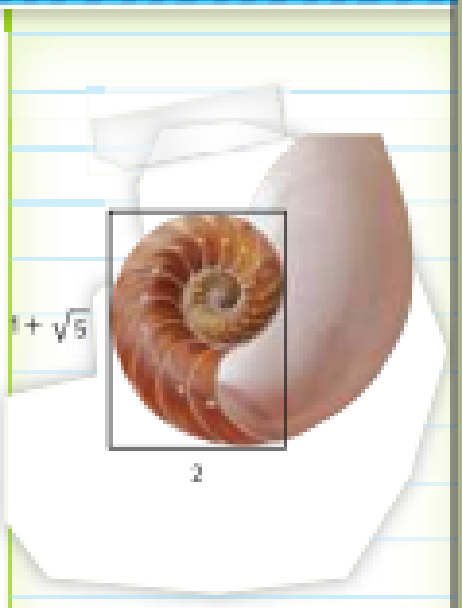
$2^2 < 5 < 3^2$ — $4 = 2^2$ و $9 = 3^2$

$\sqrt{2^2} < \sqrt{5} < \sqrt{3^2}$ — أوجد الجذر التربيعي لكل عدد

$2 < \sqrt{5} < 3$ — حوّل لأبسط صورة

بما أن 5 أقرب إلى 4 من 9، إذًا أفضل تقدير للعدد الصحيح لـ $\sqrt{5}$ هو 2.
استخدم هذه القيمة لحساب قيمة التعبير.

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2}{2} = 1.5$$



تمرين موجه

قرّب إلى أقرب عدد صحيح. المثالان 1 و 2

1. $\sqrt{28} \approx$ 5
2. $\sqrt{135} \approx$ 12
3. $\sqrt{38.7} \approx$ 6
4. $\sqrt{51} \approx$ 4
5. $\sqrt{200} \approx$ 6
6. $\sqrt{95} \approx$ 5

7. **STEM** أسقط صبيد كرة تنس من ارتفاع 60 مترًا. الوقت الذي استغرقته الكرة بالثواني حتى تسقط من ارتفاع 60 قدمًا هو $0.25\sqrt{60}$. أوجد ثلاث مجموعات من التقديرات التقريبية لمقدار الوقت الذي ستستغرقه. ثم حدد مقدار الذي ستستغرقه الكرة حتى تصل إلى الأرض. المثال 3

الإجابة النموذجية: بين 1.75 ثانية وثانيتين، بين 1.925 ثانية و 1.95 ثانية، بين 1.935 ثانية و 1.9375 ثانية. ثانيتان تقريبًا

8. عدد حركات بندول دقائق وإيانا يبلغ طوله 4 بوصة في الدقيقة هو $\frac{375}{\sqrt{4}}$. فكم حركة تقريبًا يحدثها بندول طوله 40 بوصة في الدقيقة؟ المثال 4

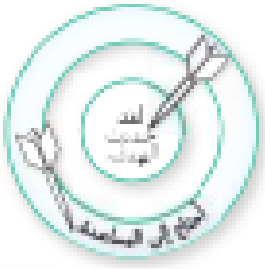
62.5 حركة

9. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنك تقريب الجذر التربيعي لمربع غير كامل؟

الإجابة النموذجية: أوجد المربعات الكاملة الأصغر من العدد والمربع الكامل الأكبر من العدد. حدد أي عدد من الأعداد الصحيحة أقرب إلى الجذر التربيعي وبأخذ الجذر التربيعي لهذا العدد.

قيّم نفسك!

ما مدى فهمك لإيجاد الجذر التربيعي لمربع غير كامل؟ ضع علامة X في القسم المناسب.



تمارين ذاتية

قرّب إلى أقرب عدد صحيح. (المثالان 1 و 2)

1. $\sqrt{23} \approx$ 5

2. $\sqrt{197} \approx$ 14

3. $\sqrt{15.6} \approx$ 4

4. $\sqrt{85.1} \approx$ 9

5. $\sqrt[3]{22} \approx$ 3

6. $\sqrt[3]{34} \approx$ 3

7. $\sqrt[3]{989} \approx$ 10

8. $\sqrt[3]{250} \approx$ 6

9. تبلغ مساحة حديقة ماجدة المربعة 345 قدمًا مربعًا. ثبتة جانب من الحديقة بجوار صظيرة. تريد أن تبني سياجًا حول الجوانب الثلاثة الأخرى من الحديقة. أوجد ثلاث مجموعات من التقديرات التقريبية لطول المواد اللازمة لبناء السياج. ثم حدد طول السياج الذي تحتاج إلى شرائه.

لمثال 3 **الإجابة النموذجية: 54 ft و 57 ft؛ 55.5 ft و 55.8 ft؛ 55.71 ft و 55.74 ft؛ 56 ft**

10. في اتحاد ناشئي لعبة البيسبول، الفواعد عبارة عن مربعات ذات أضلاع تبلغ 14 بوصة. يمثل التعبير $\sqrt{(s^2 + s^2)}$ المسافة القطرية لمربع طول ضلعه s. احسب المسافة القطرية عبر الفاعدة وقرّبها لأقرب بوصة. لمثال 4

20 in.

11. STEM تمثل الصيغة $t = \frac{\sqrt{h}}{4}$ الوقت t بالثواني الذي يستغرقه جسم للسقوط من ارتفاع h قدم. إذا سقطت صخرة من ارتفاع 125 قدمًا، فقدّر الوقت الذي ستستغرقه حتى تسقط على الأرض. لمثال 4

2.75 ثانية تقريبًا

رتّب كل مجموعة من الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.

12. $\{7, 9, \sqrt{50}, \sqrt{85}\}$ **7, $\sqrt{50}$, 9, $\sqrt{85}$**

13. $\{\sqrt{105}, 7.5, \sqrt{38}\}$ **$\sqrt{105}$, 5, $\sqrt{38}$, 7**

حقوق الطبع محفوظة © Glencoe/McGraw-Hill

14. **التبرير في حل المسائل** اشترت آمال مكعب تخزين بحجم 4 أقدام مكعبة. تريد أن تضعه على رف بطول 12 بوصة.

هل يمكن وضع المكعب على الرف؟ اشرح. 1 قدم = 12 بوصة، والجذر التكعيبي للعدد 1 < 4

15. بدون استخدام الآلة الحاسبة، حدد أيهما أكبر، $\sqrt{94}$ أم 10. اشرح استنتاجك.

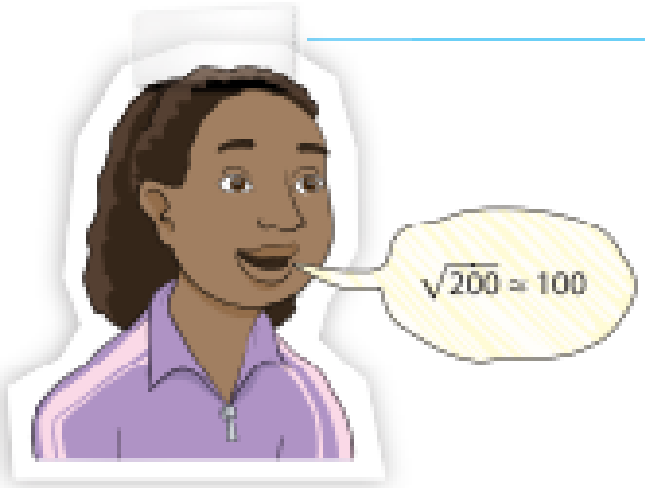
10؛ بما أن 94 أصغر من 100، إذًا $\sqrt{94}$ أصغر من 10.

مهارات التفكير العليا

16. **التبرير في حل المسائل** أوجد عددين لهما جذور تربيعية بين 7 و 8. ينبغي أن يكون لأحد العددين جذر تربيعي أقرب إلى 7 وينبغي أن يكون للعدد الآخر جذر تربيعي أقرب إلى 8. علل إجابتك.

الإجابة النموذجية: 50؛ 60. بما أن $64 > 50 > 49$ و 50 أقرب إلى 49 من 64، إذًا $\sqrt{50}$ أقرب إلى 7 من 8. بما أن $64 > 60 > 49$ و 60 أقرب إلى 64 من 49، إذًا $\sqrt{60}$ أقرب إلى 8 من 7.

17. **البحث عن الخطأ** تحسب باسين $\sqrt{200}$. اكتشف خطأها وصححه.



قدرت الإجابة بشكل غير صحيح. وجدت نصف 200، وليس الجذر التربيعي. بما أن $200 > 196$ و $225 >$، إذًا الجذر التربيعي للعدد 200 بين 14 و 15. بما أن 200 أقرب إلى 196، إذًا الجذر التربيعي للعدد 200 هو 14 تقريبًا.

18. **بناء فرضية** بما أن $y = x^4$، إذن x هو الجذر الرابع لـ y. اشرح كيف تقدّر الجذر الرابع للعدد 30. أوجد الجذر الرابع للعدد 30 إلى أقرب عدد كلي.

بما أن $81 > 30 > 16$، إذن الجذر الرابع بين 2 و 3. بما أن 30 أقرب إلى 16 من 81، إذًا الجذر الرابع للعدد 30 هو 2 تقريبًا.

19. **الاستدلال الاستقرائي** لنفترض أن x عددًا بين 1 و 10 وأن y عددًا بين 10 و 20. حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة أبدًا. اشرح استنتاجك.

$\sqrt{x} > \sqrt[3]{y}$

أحيانًا؛ الإجابة النموذجية: $\sqrt{9}$ أكبر من $\sqrt[3]{18}$، ولكن $\sqrt{4}$ أصغر من $\sqrt[3]{18}$.

تمرين إضافي

قرّب إلى أقرب عدد صحيح.

20. $\sqrt{44} \approx$ 7

$36 < 44 < 49$
$6^2 < 44 < 7^2$
$\sqrt{6^2} < \sqrt{44} < \sqrt{7^2}$
$7 = \sqrt{49}$ أقرب إلى $\sqrt{44}$

21. $\sqrt[3]{199} \approx$ 6

$125 < 199 < 216$
$5^3 < \sqrt[3]{199} < 6^3$
$\sqrt{5^3} < \sqrt[3]{199} < \sqrt{6^3}$
$6 = \sqrt[3]{216}$ أقرب إلى $\sqrt[3]{199}$

22. $\sqrt{125} \approx$ 11

23. $\sqrt{23.5} \approx$ 5

24. $\sqrt[3]{59} \approx$ 4

25. $\sqrt[3]{430} \approx$ 8

قدّر حل كل معادلة وقرّبه إلى أقرب عدد صحيح.

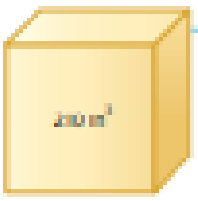
26. $y^2 = 55$ $-7 = 7$

27. $a^2 = 95$ $-10 = 10$

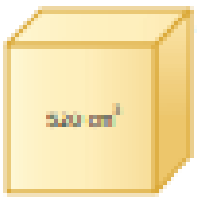
28. $p^2 = 6.8$ $-3 = 3$

حجم كل مكعب معلوم. احسب طول ضلع المكعب وقرّبه إلى أقرب عدد صحيح. استخدم الصيغة $V = s^3$.

29. 6 in.



30. 8 cm



31. استخدام أدوات الرياضيات يشتري عبدالله كيسًا من بذور العشب. مع العلم أن الكيس الذي يزن رطلين يكفي لزراعة 1000 قدم مربع من البستان. قدّر طول ضلع أكبر مربع يمكن أن يزرع فيه عبدالله إذا اشترى 5 أكياس.

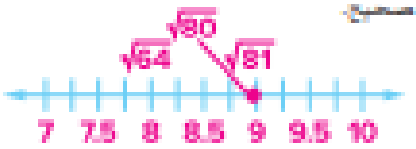
70 قدمًا على كل ضلع

أنطلق! تمرين على الاختبار

32. يمكن تقريب نصف قطر دائرة مساحتها A باستخدام هذه الصيغة $r = \sqrt{\frac{A}{3}}$. استخدم خط أعداد لتقدير نصف قطر كل ميْلم مساحة دائري وتقريبه إلى أقرب عدد صحيح.

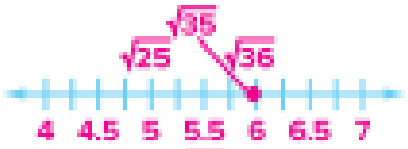
الميْلم 1. $A = 240\ ft^2$

$r \approx$ 9 ft



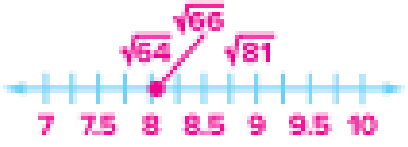
الميْلم 2. $A = 105\ ft^2$

$r \approx$ 6 ft



الميْلم 3. $A = 198\ ft^2$

$r \approx$ 8 ft



33. بعد وقوع حادث، يستخدم المسؤولون الصيغة $s = \sqrt{24m}$ لتقدير سرعة سيارة مسافرة وفقًا لطول آثار انزلاق إطار السيارة. في الصيغة، تمثل s السرعة بالميل في الساعة وm طول آثار الانزلاق بالقدم. إذا تركت سيارة آثار انزلاق بطول 50 قدمًا، فيما كانت سرعتها التقريبية؟

35 mph

مراجعة شاملة

اكتب كلاً مما يلي ككسر في أبسط صورة.

34. $-36 = \frac{-36}{1}$

35. $1.7 = \frac{17}{10}$

36. $-0.048 = \frac{-6}{125}$

37. $98\% = \frac{49}{50}$

38. يلعب 16% من إجمالي عدد طلاب صفوف السيد ماجد البالغ عددهم 150 طالبًا كرة القدم و $\frac{9}{25}$ يلعبون كرة السلة و3^3 يلعبون كرة الطائرة و 14 لا يمارسون أي رياضة. اكتب عدد الطلاب بالترتيب من الأقل إلى الأكبر.

14, 24, 27, 54